EL QUEHACER MATEMÁTICO. UN RECORRIDO POR LA HISTORIA

PARTE I: MATEMÁTICA EN LA ANTIGÜEDAD, EDAD MEDIA Y RENACIMIENTO

por Juan Manuel PÉREZ DELGADO

(Juan Manuel PÉREZ DELGADO es Licenciado en Ciencias Exactas y profesor de Matemáticas en el Instituto de Educación Secundaria “Alarifes Ruiz Florindo”, de Fuentes de Andalucía, Sevilla-Spain)

Estas notas sobre el devenir histórico de las Matemáticas son un resumen puntual extraído de la obra “HISTORIA GENERAL DE LAS CIENCIAS”, de René Tanton y otros (1988). Edit Orbis, Barcelona.

Están estructuradas en cinco partes:

PARTE I: LA MATEMÁTICA EN LA ANTIGÜEDAD, EDAD MEDIA Y RENACIMIENTO.
PARTE II: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XVII
PARTE III: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XVIII.
PARTE IV: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XIX.
PARTE V: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XX.

I.1. LA ANTIGÜEDAD:

MATEMÁTICA PREHISTÓRICA

Hablar de las matemáticas de los tipos humanos, Australopitecos, Pitecantropo, Sinantropo, Maurerantropo, Fontechevade, Swansconbe, Neanderthal, Grimaldi, Cro-Magnon, Chancelade, aparte de que sabemos bastante poco sobre el tema, por no decir nada, es bastante enojoso. Dicen los lingüistas, que en lengua raíz, Indoeuropeo, la palabra “tres“, significaba, “muchos“, esto nos da la idea de cómo eran sus necesidades matemáticas, evidentemente pobres.

EGIPTO

1) El sistema numeral egipcio era **decimal - jeroglífico**, así I era nuestro 1, II era 2, IIIII el 5, ... etc, ∩ era 10, ∩∩ sería 20, ∩∩∩∩∩ para 50, y otros símbolos para cada potencia de 10.

2) La suma y la resta la hacían más o menos bien, en cierto sentido igual que en la actualidad, salvo la notación, pero el producto, al sólo “conocer la tabla del 2“, lo hacían por el método de las dobles columnas de duplicaciones muy parecido al método ruso.

3) Las fracciones, tenían también simbología especial, usando para ello, las partes del ojo de su dios “Horus“. Con todo, operaban con las fracciones, por descomposición, y en el papiro Rhind, se observan problemas incluso de repartos proporcionales.

4) Los papiros Rhind y Moscú, revelan que los egipcios no tenían un verdadero cálculo algebraico, aunque en ellos existan problemas del tipo:

$$x + \tfrac{1}{4}x = 15$$

e incluso ecuaciones de segundo grado, los escribas, se limitaban a dar las soluciones, pero no cómo se llagaba a ellas. ¿Tanteos?. No se sabe hoy en día.

5) La geometría estaba más desarrollada por motivos prácticos, el reparto de las tierras después de las crecidas del Nilo, por ejemplo. Sabían calcular la superficie del triángulo, la del círculo, el mayor éxito geométrico sin duda de los egipcios, usando la “fórmula“: “cuadrado de diámetro menos un noveno de diámetro“, con lo que su número π, era de 3,1604938, una de las mejores aproximaciones de toda la antigüedad. Calculaban los volúmenes del tronco de pirámide, de cilindros, etc., todo por razones prácticas. Se deja sentir el que no aparezca la forma de calcular el volumen de la esfera. Seguramente no les interesaba.

MESOPOTAMIA

1) Nuestro conocimiento de las matemáticas mesopotámicas es relativamente reciente. Los textos matemáticos babilónicos se pueden clasificar en dos categorías: tablas numéricas y tablas de problemas. Aunque existen figuras en los textos geométricos, acompañadas de una leyenda numérica, son en general sencillas, y sólo sirven para ilustrar el enunciado, los babilonios sabían hacer cálculos exactos con figuras falsas.

2) La numeración babilónica presenta dos caracteres originales que no se presentan en ningún otro sistema antiguo: es un sistema de numeración

posicional de base sexagesimal. La notación posicional se contrapone al principio de yuxtaposición que fue el fundamento de todos los demás sistemas antiguos, que hemos conservado en “nuestra cifras romanas“. Aunque a decir verdad, los babilonios usaron ambos sistemas, para los científicos el posicional, y para el no-científico el yuxtaposicional .

3) Mientras que se comprende fácilmente cómo ha podido nacer la reunión por decenas, (dedos de las manos), no se comprende tan fácil cómo pudo imponerse al espíritu de los sumerios la unidad sexagesimal. La hipótesis más probable, la indica Georges Ifrah, en su fundamental obra, HISTORIA UNIVERSAL DE LAS CIFRAS, según la cual usando el pulgar de una mano como puntero, contarían las falanges de esa mano, así cada 12, se levantaría un dedo de la otra mano, en total se puede llegar a ...12...24...36...48...al levantar el último dedo el valor de 60.

4) La mayor parte de los documentos consisten en “tablas numéricas“, que dan inmediatamente el resultado de una multiplicación o división. De hecho, para dividir m entre n, buscaban el inverso de n, lo multiplicaban por m, mirándolo en las tablas y daban el resultado. Incluso se han encontrado tablas de cuadrados, cubos, y de raíces cuadradas, y cúbicas, con aproximaciones en el sistema sexagesimal estupendas.

5) Se han encontrado tablas con fórmulas de cálculos tan llamativas como la de la suma de n términos de una progresión geométrica, o la de los números pitagóricos, regla de tres, simples y compuestas, etc...

6) Se puede hablar sin anacronismo de un álgebra babilónica, puesto que se han encontrado gran cantidad de tablillas, en las que se resuelven problemas de primer y segundo grado, con una y de varias incógnitas, por medio de la aplicación sistemática de un arte combinatorio muy bueno.

Tenían un espíritu algebraico muy, pero que muy desarrollado, caracterizado por la substitución, el cambio de variables, y hasta el uso de la ley exponencial. Con diferencia a sus pueblos vecinos, egipcios, griegos, ... , los babilonios algebrizaron incluso la geometría, y la astronomía. Conocían la fórmula de la ecuación de segundo grado, e incluso reducían ecuaciones de grado superior, con cambios de variables incluidos, a las de segundo grado.

7) La noción de función se encuentra en las tablillas astronómicas, implicada, como es evidente, por la observación directa de fenómenos enlazados por una relación aritmética, por ejemplo, los períodos de visibilidad de un planeta y la distancia angular de ese planeta al Sol. Los babilonios fueron unos calculadores en el pleno sentido de la palabra.

8) La geometría, cosa curiosa para la época, estaba subordinada al álgebra. Se conoce que sabían calcular las áreas más simples, triángulos, y que conocían el “Teorema de Pitagoras“, y las semejanzas en los triángulos rectángulos. Pero, parece increíble, su fórmula para el área del círculo con un valor de π igual a tres deja mucho que desear. Conocían las fórmulas de los volúmenes más elementales, y por último, no se ha encontrado en las tablillas ninguna fórmula para la esfera.

FENICIA E ISRAEL

Poco podemos decir, de un pueblo que todo lo subordinaba a su religión. Aritmética y geometría, con el único propósito de saber, de contar días para sus celebraciones religiosas. Usaban el sistema decimal y sexagesimal, copiado y mal de sus pueblos vecinos.

INDIA ANTIGUA

1) No se tiene tratado alguno de matemáticas de las épocas védica y brahmánica. Pero la misma lengua védica da testimonio del manejo de números elevados, tan sólo por el hecho de poseer nombres propios para potencias de 10 hasta 10^{23}.

2) El teorema de Pitágoras, aparece en la forma: “la cuerda transversal de un rectángulo produce, por construcción de un cuadrado sobre ella, lo que producen por separado la longitud y la anchura“.

3) Los sistemas de numeración son varios, hasta llegar al decimal con el cero y posicional, el nuestro actual, la forma del cero varía en las escrituras de las distintas regiones de la India, pero lo verdaderamente importante, sea como fuere, la India fue la que inventó y utilizó el sistema completo de numeración decimal con nueve cifras y el cero, que ha llegado a ser universal.

4) Sesenta y dos mil ochocientos treinta y dos es, aproximadamente, la longitud de la circunferencia de diámetro veinte mil, es decir, así los hindúes, daban el valor de π: 3,1416.

CHINA ANTIGUA

1) Los chinos posee palabras monosilábicas para nombrar los diez primeros números y las primeras potencias de 10, 100, 1000, 10000; que también se encuentran en las lenguas tibetobirmanas, genealógicamente emparentadas con el chino. Tal hecho parece indicar para los chinos un uso prehistórico de los números.

2) El papel que ha desempeñado entre los latinos las piedrecitas (calculis) lo desempeña en China unos bastoncillos o junquillos.

3) **Tchao Kiun King**, dió una de las primeras demostraciones del “Teorema de Pitágoras“: “Ocho triángulos están inscritos en el interior de un cuadrado cuyo lado es igual a la suma de los lados del ángulo recto del triángulo, y al exterior de otro cuadrado cuyo lado es la diferencia de los dos lados del ángulo recto“.

4) Una obra anónima de la época Han, “Kieu chang suan chu“, que, traducido, es “El arte de calcular en nueve capítulos” nos da los conocimientos matemáticos de la época. Con un temario:

a) De las superficies: cálculo exacto de las superficies de rectángulos, trapecios, triángulos, y círculo, por cierto, con un valor para π de 3, y las reglas de las cuatro operaciones.
b) De los granos: problemas de proporciones y de tantos por ciento.
c) De los repartos: repartimientos y de regla de tres.
d) De las longitudes y anchuras: calcular los lados sabiendo el área, raíces cuadradas, cúbicas.
e) De la estimación: cálculo de volúmenes, de prismas, pirámides, cilindro, etc.
f) De las tasaciones legales: problemas de cuanto se ha de pagar en granos al estado por parte de los infelices campesinos chinos, teniendo en cuenta el transporte, etc.
h) Del exceso y del defecto: método de resolución de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, supuesto conocidas con una solución por defecto y otra por exceso. Método de “la china“.

i) Del cálculo del damero: se trata de resolver un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas, colocados los junquillos en los escaques del damero. Será la primera aproximación a nuestras matrices. Cuando al manipular los junquillos aparecían números negativos (en chino " FU" que significa engañosos) los junquillos se ponían de color negro, para distinguirlos de los positivos (TCHENG, correctos).
j) De los ángulos rectos: problemas basados en el Teorema de Pitágoras, y en ecuaciones de segundo grado.

5) Conocemos el nombre de dos matemáticos chinos del siglo III de nuestra Era, a saber:
Lieu Huei, que calculó por medio de un polígono inscrito de 3092 lados el valor de π, 3,14159, e indicó que se podía seguir. Además, trató el cálculo de distancias inaccesibles por medio de triángulos rectángulos semejantes. **Suen Tseu,** que estudió los problemas de congruencias, de aquí procede, tal vez, el nombre que se da al actual "Teorema chino del resto".

6) En la "China Medieval", aparecen nuevos matemáticos, como
Tsu Tch'ong Tche (430-501), entre sus logros se encuentra la superación de decimales de π, con el valor 3,141592(6-7).
Ts´ien Kieu-Chao, en su libro "Nueve capítulos de un tratado de cálculo", trata de problemas astronómicos, cálculos de áreas y volúmenes difíciles, algunos con problemas que inducen ecuaciones de décimo grado, resueltos todos con corrección y elegancia.
Li Ye, que publicó libros de resolución de ecuaciones algebraicas, de varias incógnitas y de grados elevados. Conocía la suma de diversas series, por ejemplo, la de los cuadrados de los enteros.
Tchu Che-Kie, matemático, que influyó posteriormente en Japón, encontramos en sus libros el triángulo de Pascal o Tartaglia, y vemos que calcula suma de series infinitas bastante complicadas.

GRECIA ANTIGUA

1) Desarrollo de los números figurados, que hoy en día no tiene mas que un interés puramente histórico y pedagógico, los números cuadrados (1, 4, 9,...), triangulares (1, 3, 6, 10,...), heteromecos (2, 6, 12,...), lineales (7,....), etc. La tradición atribuye su descubrimiento a **Pitágoras**, se obtienen los cuadrados por suma de impares consecutivos los cuadrados, por la suma de enteros consecutivos los triangulares, por pares consecutivos los heteromecos ... El gnomon es la figura que hay que añadir para pasar de un número figurado al siguiente de la misma naturaleza.

2) En el espíritu de los helenos, estaba el concepto de "lo par y lo impar", las razones, la mediedad, que es un concepto caído en desuso. Una mediedad es una progresión de tres términos tales que dos de ellos y dos de sus diferencias se encuentran en la misma relación. El Teorema de Pitágoras, los irracionales, el espacio, las esféricas, aquí destaca sobre todo la figura de **Eudoxio.**

3) Se plantean problemas de matemática superior, la cuadratura del círculo, al cual se dedicó **Anaxágoras**, cuando él se encontraba en la cárcel. **Hipócrates de Quíos** había descubierto en el siglo V tres lúnulas cuadrables, mediante la regla y el compás. El problema quedó abierto hasta el siglo XIX. La duplicación del cubo, o problema délico, con **Menecmo**, discípulo de **Eudoxio**, que demostró que se trataba de un problema no plano (regla y compás), era un problema sólido (usando cónicas). Intuyeron que la cuadratura del círculo era un problema grámico. La trisección del ángulo, que no es problema plano para ciertos ángulos, léase por ejemplo 60º.

4) Con **Apolonio**, **Eratóstenes**, **Menecmo**, se estudian las secciones cónicas.

5) El método de demostración por reducción al absurdo, la irracionalidad de la raíz de 2, que fue todo un booomm en la escuela pitagórica. “CREO, PORQUE SI NO CREYERA ADMITIRIA EL ABSURDO“.

EUCLIDES (Siglo III ??).

1) El libro **Elementos,** obra monumental, e indiscutida hasta principios del siglo XX, consta de 13 libros y suele dividirse en cinco partes. Los cuatro primeros, a la geometría plana, estudio exclusivo de las figuras poligonales o circulares. La segunda parte, donde aparece la noción de semejanza, se encuentra en el quinto libro, que trata en abstracto de relaciones y proporciones y por el VI, aplicación del anterior a la geometría plana. La teoría de números es objeto de la tercera parte comprende los libros VII, VIII, IX. El X, el más extenso, está consagrado al estudio de las irracionales algebraicas más sencillas. La última parte, libros XI, XII, XIII, se dedica al espacio.

Al primer libro **Euclides** antepone cinco “postulados“, el más célebre de ellos, el quinto, dice: “Si una recta que corta a otras dos forma con ellas ángulos internos del mismo lado que suman menos de dos rectos, esas rectas, prolongadas hasta el infinito, se cortan, a su vez, por el lado en que los ángulos suman menos de dos rectos“. Hoy se enuncia en la forma más escueta que dió **Playfair** (Siglo XVIII), “Por un punto exterior a una recta no se puede trazar más que una paralela a ésta“. (Ver geometría no euclideas). Fijarse que **Euclides**, no apeló, a lo “evidente“, sino que lo tomó como postulado. Este es el primer testimonio histórico de una actitud específicamente matemática“. Sigue el libro I con la construcción del triángulo equilátero, y termina con el “Teorema de Pitágoras“.

El libro II estudia los fundamentos del Álgebra geométrica, estudia las relaciones suma y diferencias de segmentos, las relaciones entre los rectángulos de la misma altura construidos sobre la suma o la diferencia de dos segmentos. Así, consigue una solución especial de las ecuaciones de segundo grado usando una terminología hoy olvidada.

El libro III, sigue siendo muy elemental, trata de las propiedades del círculo. Establece la noción de potencia de un punto respecto a un círculo, vía aplicación de áreas, sin el uso de la semejanza. El estudio de la tangente en un punto que hace aparecer por primera vez en la historia la capital noción de ángulo de cotangencia.

El libro IV, de claro sabor pitagórico, estudia la inscripción y circunscripción de polígonos regulares en el círculo, sólo trata del triángulo equilátero, cuadrado, hexágono y, ¡maravilla!, el pentágono. Todo a base de regla y compás, y sin apelar al uso de la semejanza.

El libro V, sobre las proporciones, es un libro cima del pensamiento universal, y no superado, mejor dicho, asimilado y comprendido, hasta el siglo XX. En él se definen los conceptos de razón.

El libro VI es importante, pero elemental. Trata de la semejanzas de triángulos, el Teorema de Thales, de los ángulos en el círculo, y de la resolución de la ecuación de segundo grado por medios puramente geométricos.

El libro VII, sigue con las ideas del V, pero sólo para racionales. Estudia los enteros, los números primos, y el concepto de mínimo común múltiplo.

El libro VIII, se encuentra los enteros de nuevo, las progresiones aritméticas y geométricas y las raíces n-ésimas.

El libro IX, algo descuadrado del resto, incluye proposiciones sobre lo par y lo impar, así como la archifamosa demostración de la existencia de infinitos números primos.

El libro X, incluye 114 proposiciones. Exige, incluso al matemático actual, alta preparación. La primera proposición, procede tal vez de Eudoxio, ¡Qué genio!: "Dadas dos magnitudes desiguales, si se sustrae de la mayor una parte mayor que su mitad, si se sustrae del resto una parte mayor que su mitad, y se sigue así haciendo lo mismo, quedará cierta magnitud que será más pequeña que la más pequeña de las magnitudes dadas". Tenemos aquí, el concepto de límite, en el siglo III, algo que no vio, ni entendió **Zenón de Elea.** Sigue el libro con la clasificación de números de la forma actual

$$(a^{½}+b^{1/2})^{1/2}$$

y cómo se simplifican según los casos, a y b son racionales.

En el libro XI, comienza la Geometría del espacio, las definiciones de esfera, cono, cilindro, recurriendo al concepto de movimiento. El cálculo de volúmenes de paralelepípedos.

El libro XII, estudia las áreas de círculos y los volúmenes de pirámides, conos, cilindros y esferas. Con procedimientos "infinitesimales", y se remontan a **Eudoxio** según **Arquímedes**. Aunque no dan fórmulas de cuadratura, sino que sólo dan sus razones, por ejemplo, "las esferas son entre sí en razón triple de sus diámetros".

El libro XIII, hermoso como él sólo, está consagrado a los sólidos platónicos.

Hipsiclés añadió a los Elementos un libro XIV, relativo a la comparación del dodecaedro y del icosaedro inscritos un una misma esfera. Los bizantinos añadieron un libro XV.

Parece que existieron dos libros más, "Datos" y "Porismos". De los cuales sólo tenemos noticias, por libros de otros autores, como, **Pappo, Arquímedes** etc. En ellos según reconstrucciones hechas por **Chasles**, **Simson**, que por cierto, son bastante hipotéticas, se encontrarían 94 proposiciones, entre las que destacan, lo que hoy llamamos teorema de **Desargues** sobre los triángulos homológicos y el teorema de **Pappo** sobre los hexágonos inscritos en una cónica degenerada en dos rectas. Vemos pues, una incursión en la geometría proyectiva.

ARQUIMEDES

Arquímedes de Siracusa, muerto en 212 por un hijo de .. ? romano, cuando el saqueo de su ciudad, según la tradición contaba con 75 años. Famoso por sus inventos y por la maravillosa defensa que hizo de su "PATRIA". Sus libros:

1) Del equilibrio de los planos I.
2) Cuadratura de la parábola.
3) Del equilibrio de los planos II.
4) De la esfera y del cilindro.
5) De las espirales.
6) Sobre los conoides y los esferoides.
7) Sobre los cuerpos flotantes. !EUREKA!.

8) La medida del círculo.
9) El Arenario.
10) Carta a Eratóstenes sobre el Método, especie de testamento científico en el que revela parte de sus secretos.

Existe una obra, sin duda apócrifa, traducida al árabe. **Pappo** da, además, bastantes detalles sobre los trece poliedros semiregulares, cuya invención es de **Arquímedes**. También incluye el llamado " problema de los bueyes", con su ecuación: $x^2 - 4729494\ y^2 = 1$, siendo y divisible por 9314. Arquímedes, como es lógico, sólo dió el enunciado. **Arquímedes**, escribía para exclusiva alegría suya y de aquellos de sus lectores capaces de comprenderle. Poquitos. Con **Arquímedes** estamos en el principio del cálculo integral. ¿Qué hubiera ocurrido si **Euclides** y **Arquímedes** se hubieran conocido?.

APOLONIO

Apolonio de Perga, "el Gran Geómetra", vivió a fines del siglo III y principios del II en Alejandría, **Efeso** y **Pérgamo**. De su obra, "Cónicas", tenemos ocho libros, siete han sido conservados, cuatro en griego y tres en árabe, el otro, Zeus sabrá. Del resto de sus trabajos los conocemos vía **Pappo**, La sección de razón, La sección de espacio, La sección determinada, Las inclinaciones, Los lugares planos, Los contactos, etc. Las cónicas eran conocidas por los nombres, que introdujo **Apolonio**, "de sección de cono de ángulo agudo (elipse), sección de cono de ángulo recto (parábola), y sección de cono de ángulo obtuso (hipérbola). Con los teoremas de **Apolonio** sobre los diámetros conjugados de las cónicas con centro. Descubrió, lo que hoy llamamos la evoluta de la elipse. Estudio las homotecias, traslaciones, rotaciones, es decir, movimientos y también las semejanzas, tanto en el plano como en el espacio. También se atribuye a **Apolonio**, que conocía la proyección estereográfica de la esfera sobre el plano. Así, como en lenguaje actual, que las funciones sen x/x, es decreciente en $(0\ ,\ \pi/2)$, y tg x/x es creciente en dicho intervalo.

HERON DE ALEJANDRIA

No sabemos exactamente su localización cronológica, más o menos, siglos III y II, a. C. Estamos ante un hombre clave en matemáticas aplicadas, mecánica, física, geodesia, logística, cálculo numérico, y todo esto, ha llegado a nosotros en forma de retales, en lo que se denomina la llamada "colección heroniana". La "Métrica", obra que no fue encontrada hasta 1896, está dedicada a la medida de superficies planas o curvas, a base de problemas bien graduados. Entre los resultados está su famosa fórmula del área del triángulo:

$$S = (p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c))^{1/2}\ .$$

(Aunque recientes investigaciones se la atribuyen a **Arquímedes**). También nos ha llegado un inicio en el problema de las velocidades, anticipo de Galileo y los planos inclinados.

OTROS MATEMÁTICOS GRIEGOS

El pitagorismo, tuvo un despertar en el siglo II, ya de nuestra era, con un autor: **Nicómaco de Gerasa**, con su libro "Introducción a la Aritmética", libro clásico, que llegó a traducirse y considerado básico hasta el Renacimiento.
Teón de Esmirna, en su libro "Exposición de todo lo útil para la lectura de Platón", trataba en forma elemental las matemáticas, la música y la astronomía.
Fueron ante todo divulgadores, cosa que no podemos decir del siguiente autor: **Diofanto.** En su "Aritmética", resurge la vena mesopotámica en la sangre de

este Alejandrino, y por ende en todo el mundo heleno. Prácticamente desconocido, sus problemas abordados de forma analítica, unos están determinados otros indeterminados y sólo se admitían soluciones enteras positivas. Lástima de notación, que si no, a dónde hubiera llegado **Diofanto**. Inspirador de **Bombelli**, **Vietta**, **Fermat**, **Juan Bernouilli**, son títulos que adornan a éste desconocido alejandrino.

El gran comentarista, **Pappo de Alejandría,** otro alejandrino , pero ya bien entrado el siglo III de nuestra era, fijarse que de **Pitágoras** y **Euclides** hasta **Pappo**, van seis siglos. Su obra principal, "Colección de matemáticas", en ocho libros, donde comenta a "sus" clásicos, de los cuales muchas veces sólo sabemos de su existencia a través de él. Entre los resultados que contiene, nos encontramos con lo que hoy llamamos "Teoremas de Guldin" sobre la relación entre los centros de gravedad y las áreas o los volúmenes de los cuerpos de revolución.

Otros comentaristas, son **Proclo y Marino de Neápolis,** Siglo V, que nos han dado informaciones muy valiosas ,como los comentarios a los libros I de los Elementos de Euclides, y a los Datos, libro perdido y olvidado de Euclides, que si no fuera por éstos autores ni tan siquiera sabríamos nada de su existencia. Con ellos, con **Eutocio, Antemio** (el arquitecto de Santa Sofía), comienza los suspiros de la ciencia helena, nace de nuevo Bizancio.

LAS MATEMATICAS DEL MUNDO ARABE

Aún no existe un estudio riguroso de las matemáticas y en general de la Ciencia árabe, debido quizás, a la gran dificultad sobre los materiales a tratar malas traducciones, falsas interpretaciones, problemas de índole léxicos. A lo más, tenemos listados de los hombres de ciencia árabes. Bagdad es el primer centro científico importante del califato árabe. Allí se tradujo los tratados indios y griegos. La matemática árabe se distingue de las demás corrientes orientales por una síntesis profunda de las aspiraciones tendentes a la resolución de problemas planteados por la vida práctica, y toda la corriente teórica del mundo griego. A la escuela matemática de Bagdad, pertenecen: **Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, al-Farghani, Habash al-Hasid, ibn Turk,** los hermanos, **Banu Musa, Thabit ibn Qurra, Abu´l Wafá, al-Karkhi, al-Kuhi,** y otros muchos .

En la numeración, lo más notable es el primer manual de Aritmética basado en el principio posicional, por nuestro **al-Khwarizmi** hacia el 830, con las "figuras" 1, 2, ... , 9 y "el círculo pequeño", cero, sistema que se ha adoptado de forma universal. **Abu´l Wafá**, usaba las fracciones a nuestra forma. **Al-Kashi** enuncia las principales reglas de operaciones con números decimales. **Khayyam**, en su Tratado de Algebra, desarrolla el cálculo con raíces cúbicas, y da métodos de aproximación para las enésimas. Sabían usar las reglas de los radicales y no le hacían ascos a los reales. **al-Khwarizmi**, es el autor de un "Compendio del cálculo de **al_jabr** y de **al_mucalaba** (Compensación, reducción, yuxtaposición)", para todo tipo de ecuaciones de primer y segundo grado. **Khayyam**, se atrevió con las ecuaciones cúbicas, distingue catorce tipos canónicos. Indica para cada uno de ellos las secciones cónicas, de las que la abscisas de los puntos de intersección eran las soluciones de la ecuación. Pero el análisis no es completo. Sin embargo aquí tenemos el primer estudio serio de separación de las raíces de las ecuaciones numéricas. **Al-Qalasadi**, granadino, dió uno de los primeros pasos en la creación del simbolismo algebraico, murió en el exilio, 1486. Se trabajó en teoría de números, como **Abu Kamil**, y **al-Khujandi**, que intentó resolver la imposibilidad de la ecuación de Fermat de grado tres. **Thabit ibn Qurra**, en la formación de números amigables, es decir, aquellos números que cada uno de los cuales es igual a la suma de sus divisores, por ejemplo 220 y 284.

El ejemplo más llamativo de la aplicación científica de la técnica del cálculo es tal vez el “Tratado de la circunferencia” de **al-Kashi**, donde calcula el valor de π = 3,14159265358979325, mediante la sucesiva extracción de raíces cuadradas de la media aritmética de los perímetros de los polígonos regulares inscritos y circunscritos de $3 \cdot 2^{28}$ lados, habría de pasar más de 150 años hasta que **Van Roomen**, lo superara con polígonos de 2^{30} lados. Se observa que ya los matemáticos árabes intuían la irracionalidad de π, no demostrada hasta el XVIII por **Lamber-Legendre**. En cuanto a la teoría de las paralelas (el inefable V postulado de Euclides) también fue estudiado por **al-Jauhari,** colaborador de **al-Khwarizmi**.

Como se sabe la trigonometría aparece por vez primera en los trabajos de los astrónomos de Alejandría, bajo forma de cálculo de las cuerdas. Basados en esos trabajos, los hindúes introdujeron el seno, el coseno (sinus versus). Tras la asimilación los árabes consiguieron adelantar considerablemente la elaboración de la Trigonometría, que ha llegado a ser por obra de ellos una ciencia autónoma y varia. La primera tabla de senos fuera de **al-Khwarizmi**, y su contemporáneo **Habash al-Hasid** conocía ya las nociones de tangente, cotangente, secante y cosecante. Estas dos últimas, de escaso valor teórico ahora, pero de indudable valor práctico, antes de la llegada de las tablas de logaritmos porque permite sustituir toda división por cosenos o senos por una multiplicación. **Thabit ibn Qurra,** en su “Libro de la medida de la sección cónica“, nos desvela como se había asimilado el saber de Arquímedes e incluso superado. Fue el primero, que en notación moderna, integró $\int_0^a x^{1/2}\,dx$, para ello dividió el intervalo en partes en progresión aritmética. Tenemos que esperar hasta Fermat, para superar a **Qurra**, pues **Fermat** generalizó el método hasta la integración de las potencias racionales de x. **Qurra**, calculó también volúmenes de revolución por técnica de **exhaustión**, al estilo de **Arquímedes**.

I.2. LA EDAD MEDIA Y EL RENACIMIENTO

LA EDAD MEDIA

Se trata de un período demasiado amplio, en el cual vamos a distinguir a los autores que más sobresalieron, y comenzamos por los “hispanos“. Evidentemente las traducciones en España, fueron la clave de la transmisión de saber antiguo por parte de los árabes. La separación de los territorios “moros y cristianos“, no tenía nada que ver con una especie de “telón de acero“, más bien lo contrario, la convivencia entre las tres culturas era total. **Pedro Alfonso**, judío de Huesca, en su “Disciplina clericalis“, se encarga de clasificar las artes liberales y expone una clasificación más coherente para las ciencias exactas. El verdadero nombre de **Pedro Alfonso**, era **Moisés** Sefardí. También en Cataluña, hay que destacar a **Abraham bar Hiyya**, **Savasorda.** Autor junto a **Platón de Tívoli**, de numerosas obras de traducción, donde se encuentran las fórmulas de **Herón** para el área del triángulo. La Escuela de Toledo, con **Juan de Luna**, **Domingo Gundisalvo**, que tradujeron muchas obras de los matemáticos árabes, especialmente de **al-Khwarizmi**. Con **Leonardo de Pisa**, nos encontramos ante un erudito y brillante matemático. Erudito por sus viajes por Siria, Egipto, Grecia, Sicilia, Iberia, lo que le permitió beber en las fuentes originales y en los centros de traducción más importante, conoció a **Savasorda**. Para estudiar y calcular la progenie de una pareja de conejos, inventó la serie recurrente llamada, como se sabe, de **Fibonacci.**

EL RENACIMIENTO
La caída de Constantinopla llevó a Italia gran cantidad de científicos, e infinidad de manuscritos bizantinos, y con el invento del libro que permitió una mayor difusión de las nuevas ideas, se creó de nuevo en Europa, el ambiente ideal para la investigación en todas las ramas de las Ciencias, y en particular las matemáticas. Destacamos:

Nicolás de Cusa (1401-1464), más filósofo que matemático, pues realmente en éste campo sólo tenemos de él la crítica sobre los conceptos de la noción de infinito,...” para alcanzar el maximum y el minumun hay que transcender la serie indefinida de lo grande y lo pequeño, y entonces se descubre que el maximun y el minumum coinciden en la idea de infinito...”. Verdaderamente está con honor por su influencias en los grandes genios que se inspiraron en sus ideas, **Leonardo da Vinci**, **Giordano Bruno**, **Copérnico**, **Kepler**. **Georg von Peurbach (1423-1461)**, matemático nacido en los alrededores de Viena, donde estudió y luego pasó a Italia, donde se encontraría con **Cusa** y **Bianchini**. En sus recopilaciones destacamos su, “Algorithmus“, obra de aritmética donde se detalla los cálculos elementales, ya en cifras árabes, las cuales aún tenían muchos detractores. (Los poderes públicos favorecían el uso de las cifras romanas en los documentos oficiales, por creer que las árabes eran demasiado fáciles de falsificar). También nos dejó otro tratado más importante, uno sobre Trigonometría, en la cual se encuentra una tabla de senos (sinus totus) , con una precisión grande para la época. Un alumno suyo, **Johann Müller (Regiomontano),** nacido en Königsberg, continuó sus estudios sobre trigonometría, en su libro “De triangulis“, donde se amplía a la esférica, y las tablas del “sinus complementi, (que **Gunter** en 1620 llamará co-sinus, es decir nuestro coseno) , y una tabla de la idea de tangente.

De todos los manuales de la época, destaca: “Triparty en la science des nombres“ de **Nicolás Chuquet,** uno de los primeros verdaderamente preocupados por la notación. A **Chuquet** le debemos como cosa curiosa, la forma de contar los múltiplos de mil, es decir, millón, billón, trillón ...etc . En la línea de **Chuquet** se encuentra la obra de **Luca di Borgo San Sepolcro (Luca Pacioli),** con su monumental “enciclopedia“: Summa de arithmetica, geometría, proportioni et proportionalità. Obra de más de 600 páginas donde se tiene de todo de las matemáticas de la época.

Ahora nos encontramos con **Leonardo da Vinci**, no podemos catalogar a este genio, ni como matemático ni como artista ni como arquitecto ni como nada, sólo de genio autodidacta. Entre sus descubrimientos en matemáticas destacamos la determinación del centro de gravedad del tetraedro y la generalización en la pirámide...escrito al revés se lee,... las rectas que unen los puntos medios de las aristas de un tetraedro se cortan también en el centro de gravedad de éste ..., también estudió las lúnulas de Hipócrates , y el trazado de multitud de curvas.

Las matemáticas estaban en las Universidades, sin embargo, no hubo cátedra de Matemáticas, hasta que se creó una especial para **Alberto de Brudzewo,** en la Universidad de Cracovia, y posteriormente otra para **Scipione del Ferro**, en la Universidad de Bolonia. Después se crearon más, la primera en la península ibérica fue en la Universidad de Coimbra.

Con la escuela alemana nos encontramos ante figuras de la talla de **Johann Werner**, que se preocupó por la trigonometría y desarrolló tablas de transformaciones de productos y divisiones a sumas y restas, basadas en las fórmulas : $\text{sen}\,\alpha \ \text{sen}\,\beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$ y similares. A pesar de su importancia, su obra desapareció y su posible influencia fue escasa. Por cierto, el manuscrito de **Werner** se halló por casualidad en la Biblioteca Vaticana en el año 1901, cosas que ocurren. Alemania tiene otro **Leonardo**, **Alberto Durero**, y lo dicho para Leonardo vale para él perfectamente. Mente genial, en matemáticas estudió las espirales de Arquímedes, las curvas como la epicicloide y la concoide. Durero fue uno de primeros, si no el primero en estudiar por el método de dobles proyecciones ortogonales, resulta de ello ser un digno precursor de la Geometría descriptiva de **Monge**. Cierran la escuela, **Christoph Rudolff**, gran divulgador y revolucionario en la notación del álgebra, a él le debemos la notación actual de la raíz cuadrada (√),mas no la de las demás, pues usaba para la cúbica (√√√) y para la raíz cuarta(√√), que no continuó. Y **Michael Stifel**, al cual se le debe el estudio tan serio que hizo de las series y de las progresiones aritméticas y geométrica, sus puntos de contactos, también se le debe a **Stifel** el término “exponente“, tanto positivos como negativos, enteros y racionales.

Si el Renacimiento es una época de esplendor y renovación del hombre, desde el punto de vista de las matemáticas, es algo más, es la superación de las matemáticas antiguas, y sobre todo la griega. Tanta autoridad tenían los clásicos **Euclides**, **Arquímedes** y compañía, que las aventuras por caminos no transitados por ellos, se creían intransitables.

Craso error, que la escuela italiana demostró al resto de humanidad. Toda una escuadra de geniales matemáticos, a saber: **Scipione del Ferro, Tartaglia, Ferrari, Cardano, Bombelli,** se puso mano a la obra y lo logró.

La historia del descubrimiento de la fórmula para la ecuación de tercer grado es muy célebre, es la primera **“gran batalla científica“,** y como en todas las batallas (aquí no hay muertos ni heridos), pero si existe vanidad, envidia, orgullo, pena , miseria y ante todo esterilidad sobre la prioridad. Comienza la batalla un día del señor del año 1535,

Un tal **Anton Maria Fior**, retó a **Tartaglia,** (el verdadero nombre era **Niccolo Fontana (1506-1557)**, lo de Tartaglia es un mote (El tartamudo), debido a una herida en el rostro cuando era niño, las tropas de Gastón de Foix se la hizo cuando el saqueo de su cuidad natal, Brescia. Era un verdadero pobre paria, no perteneció nunca a la Universidad, pero su gran saber autodidacta en matemáticas le dio gran reputación, dando cursos públicos en Verona, Mantua y Venecia, donde murió) a un torneo matemático, consistente en la resolución de 30 problemas propuestos por barba, es decir, 30 propuso **Fior** a **Tartaglia** y 30 **Tartaglia** a **Fior**. Cuando **Tartaglia** se puso a resolverlos, observó que todos se reducían a resolver ecuaciones del tipo: $x^3 + a x = b$. Pensó que antes, un tal **Da Coi**, le había propuesto problemas similares y que en su día dio por imposibles, ahora cayó en la cuenta: Debe de existir una fórmula para éste tipo de ecuación. Pensó, y lo hizo correctamente, que **Scipione del Ferro**, catedrático de matemáticas en Bolonia y maestro tanto de **Da Coi** como del capullín de **Fior**, la había descubierto. Con un esfuerzo que rozó lo inhumano logró también descubrirla y más aún ampliarla al caso

$$x^3 + ax^2 = b$$

pocos días antes de terminar el plazo dado, resolviendo los 30 problemas planteados a él fácilmente. Según cuenta **Tartaglia**, **Fior** no hizo ninguno de los planteados por él.

Por fin se superó las “Matemáticas Griegas“, mas no termina la historia; **Scipione del Ferro**, no publicó sus resultados y les fue entregado bajo secreto a sus alumnos, entre ellos el tal **Fior**, pero **Tartaglia** tampoco publicará su descubrimiento, y nos vemos aquí con un nuevo personaje: **Cardano**. **Gerolamo Cardano**, un personaje totalmente distinto a los anteriores, de buena y rica familia, médico, filósofo, astrólogo, mago, escritor, vamos, "un verdadero hijo del Renacimiento". Enterado del descubrimiento de **Tartaglia**, él, que estaba preparando un tratado de álgebra, fue a pedirle a **Tartaglia** que le comunicara su "regla", naturalmente, **Tartaglia**, en primera y segunda instancia lo mandó a tomar...¿ cómo se dice? .. viento fresco. **Cardano** no se desanimó y tomó una sabia decisión, se hizo alumno de **Tartaglia** y tanto por saco le dió al pobre **Tartaglia**, que al cabo de un año, **Tartaglia** cantó, y nunca mejor dicho, al dársela en forma versificada y cantando. Creo que es la primera y única vez, que **Tartaglia** cantó .... y gracias a ese canto de un tartamudo .... apareció Art Magna, el libro que publicó **Cardano**, y lo hizo sin prevenir a **Tartaglia**.

En honor de **Cardano**, hay que decir que desarrolló la formula al máximo, en todos los casos incluyendo la general, y algo nuevo, la relación que existe entre las soluciones de la ecuación y los coeficientes de la misma, relaciones que hoy llevan su nombre y también lleva su nombre la fórmula de la ecuación de tercer grado. **Tartaglia**, muy enfadado, como es lógico, al año siguiente, acusó a **Cardano** de no haber hecho más que descubrir los métodos que él le había confiado bajo promesa de secreto. **Cardano**, en Art Magna, especifica toda la historia, él dijo la verdad, que fue **Scipione del Ferro** quien la halló primero, que su "querido maestro", **Tartaglia**, la redescubrió por sí solo y la amplió, y esto con palabras de verdadero cariño hacia Tartaglia. También debemos a **Cardano** un estudio sobre probabilidades, un ludópata como era, estudia el juego de los dados, las respectivas probabilidades de cada juego en su libro "De ludo aleae".

Entra en juego otro genio, **Ludovico Ferrari,** digno émulo de **Cardano**, jugador, impío, fue primero su famulus y luego su discípulo. Halló con sólo 23 añitos, la solución de la ecuación de cuarto grado. A los 21 ya tenía una cátedra de matemáticas en Milán; luego se trasladó a Bolonia y murió el mismo año envenenado por su hermana, aquí arranca otra digna historia que por ahora dejamos, la caza y captura de la solución de la ecuación de quinto grado.

Y por último **Rafael Bombelli,** con él se termina la gran escuela italiana del Renacimiento, con su obra cumbre: "Algebra". En ella se estudia todo lo anterior y los nuevos e importantes nuevos descubrimientos, además inicia un nuevo camino hacia los "casos irresolubilis", los números complejos, que será una buena semilla para el Gran **Gauss.**

Entre los traductores y matemáticos de "segunda fila" (no por ser malos ni regulares, eran buenos matemáticos, pero influyeron poco), se puede destacar a **Maurolico, Commandico, Benedetti,** y se puede añadir, **Clavius.** Este último el llamado maestro de Matemáticas de la Europa católica. De la escuela francesa tenemos a **Charles Bouelles, Jean Borrel, Jacques Peletier du Mans (Peletarius), François de Foix-Candale, Petrus Ramus.** En la escuela inglesa tenemos a **Cuthbert Tunstall, Robert Recorde** (al cual le debemos los signos + , - , =) **Leonard** y **Thomas Digges, Sir Henry Billingsley** y **John Dee.** En la Península Ibérica destaca **Pedro Núñez, (Nonius 1502-1578)**, cosmógrafo real para el que se creó una cátedra de Matemáticas en Coimbra. Descubrió la solución del crepúsculo más corto, y la invención del nonio, aparato que permite medir con precisión ángulos pequeños, mas por su difícil construcción, fue sustituido por otro más simple el vernier.

En resumen, la evolución de las matemáticas en el Renacimiento, se centra en el desarrollo del Algebra, que pasó de ser "retórica" a ser "sincopada", aunque se sentó las primeras piedras, ¡y qué piedras!, para el desarrollo posterior, dejar las reglas y comienzo de las fórmulas, estamos a un paso del simbolismo, estamos a un paso de expresar la incógnita, con nuestra " x ".