

# Records matemáticos

Pascual PEIRÓ CODINA

**Leo en una página matemática en Internet que se ha encontrado el número primo  $2^{25.964.951} - 1$ , con un millón de dígitos más que el último descubierto, gracias al proyecto GIMPS (siglas de Gran Búsqueda de números Primos de Mersenne por Internet). La organización Electronic Frontier Foundation ha establecido un premio de 100.000 dólares para quien descubra el primer número primo con 10 millones de dígitos y como el nuevo número sólo tiene 9.152.052 dígitos, sus autores están algo decepcionados.**

**Yo opino que no deben preocuparse, ya Euclides demostró que existen infinitos números primos, así que el próximo que encuentren seguro que tiene los ansiados diez millones de dígitos.**

La Mathematical Association of America convocó un concurso para obtener polinomios que generen números primos. Si vemos los resultados, los polinomios tienen coeficientes de más de 15 cifras! ¿Esto se puede considerar investigación matemática?. ¿Es lícito pasar a la historia por poner a trabajar una máquina durante días y que obtenga un record numérico?

En el caso de los números primos está claro que su aplicación práctica justifica este trabajo ya que el cifrado de mensajes factorizando contribuye a la seguridad de la información con transmisión digital y así números primos con miles de cifras pueden resultar muy valiosos.

Me parece interesante el trabajo de programar potentes computadoras para buscar números que cumplan cualquier condición, reconozco el trabajo que esto supone y los resultados –que se publican en periódicos como noticias curiosas- acercan a la gente al mundo de los números, pero no creo que esto merezca muchas páginas en la historia de las matemáticas.

Distinto sería el caso de encontrar números que nieguen una conjetura. Por ejemplo, si un programa informático hubiera encontrado tres números naturales  $a, b, c$  cumpliendo  $a^6 + b^6 = c^6$ , el último

teorema de Fermat no existiría o si se encontrara un número perfecto impar, muchos matemáticos dejarían de intentar demostrar que no existen.



Leonard Euler (1707-1783)

Así, y dado que se va a celebrar el tercer centenario del nacimiento de Euler, me gustaría reivindicar el poder del genio humano frente a la capacidad de realizar millones de cálculos por segundo.

Todos los aficionados a las matemáticas conocemos un poco del genial trabajo que nos legó Euler, simplemente citaré cuatro ejemplos:

1) Polinomios que generan números primos.

Euler propuso el polinomio  $x^2 + x + 41 = 0$  como generador de 40 números primos distintos para  $x = 0, 1, \dots, 39$ . Los números son:

41 43 47 53 61 71 83 97 113 131 151 173 197 223 251 281 313 347 383 421 461  
503 547 593 641 691 743 797 853 911 971 1033 1097 1163 1231 1301 1373 1447 1523  
1601

Aquí termina la serie porque para  $x=40$ ,  $40^2 + 40 + 41 = 1681 = 41^2$  no es número primo.

Un simple programa informático (sin pretensiones de trabajar con coeficientes muy grandes) nos proporciona muchísimos polinomios que generan más de 40 números primos, por ejemplo:

$$x^2 - 79x + 1601 = 0, \quad x^2 - 77x + 1523 = 0, \quad x^2 - 75x + 1447 = 0, \quad x^2 - 73x + 1373 = 0, \\ x^2 - 71x + 1301 = 0, \quad x^2 - 69x + 1231 = 0, \quad x^2 - 67x + 1163 = 0, \quad \dots$$

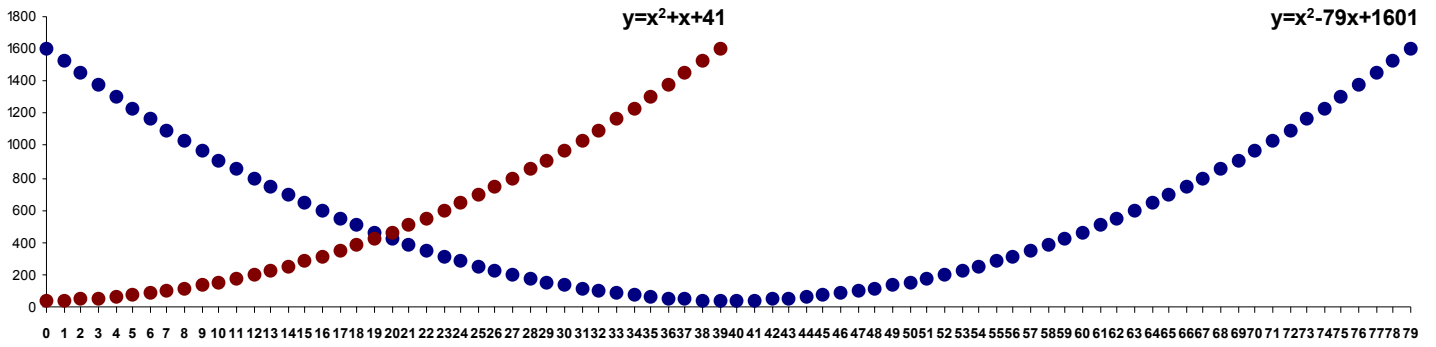
$x^2 - 79x + 1601 = 0$  genera 80 números primos, pero si nos fijamos bien comprobaremos que son los 40 que encontró Euler repetidos:

1601 1523 1447 1373 1301 1231 1163 1097 1033 971 911 853 797 743 691 641 593  
547 503 461 421 383 347 313 281 251 223 197 173 151 131 113 97 83 71 61 53 47  
43 41  
41 43 47 53 61 71 83 97 113 131 151 173 197 223 251 281 313 347 383 421 461  
503 547 593 641 691 743 797 853 911 971 1033 1097 1163 1231 1301 1373 1447 1523  
1601

Un cambio de variable transforma el polinomio de Euler en el anterior y también se puede hacer un cambio en cada uno de los polinomios que he citado:

$$(x - 40)^2 + (x - 40) + 41 = x^2 - 79x + 1601$$

Gráficamente, si desplazamos los puntos de la parábola  $y = x^2 + x + 41$  40 unidades a la derecha, aparecen los puntos simétricos (los 40 números primos repetidos).



## 2) Números amigos.

Dado que los once divisores de 220 suman 284 (  $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110= 284$  ) y los cinco divisores de 284 suman 220 (  $1+2+4+71+142 =220$  ) se dice que 220 y 284 son números amigos.

Un programa informático nos proporciona las parejas de números amigos:

220 y 284 , 1184 y 1210 , 2620 y 2924 , 5020 y 5564 , 6232 y 6368 , .....

Euler descubrió que 122265 y 139815 son números amigos y encontró ¡59 parejas más!

## 3) Una suma infinita.

Euler da una fantástica demostración de la suma infinita:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

Simplemente introduciendo las fórmulas en una hoja de cálculo se puede conseguir la suma de miles de términos (he sumado medio millón de términos):

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{500000^2} = 1,64493\dots$$

No sé si es tan fácil darse cuenta de que el número generado tiene relación con el número  $\pi$ .

## 4) El recorrido del caballo de ajedrez.

Yo mismo diseñe un programa para construir el recorrido del caballo de ajedrez, como explico en otro artículo, donde concluyo con el increíble recorrido de Euler en el que , además, filas y columnas suman 260 formando así un cuadrado mágico:

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

\* "Las matemáticas clásicas" son las que aprendemos en nuestra enseñanza, así –por ejemplo- a nuestros alumnos y alumnas se les explica qué es un número primo, cómo averiguar si un número es o no primo, cómo factorizar un número, ... Todo esto con lápiz y papel, no creo que sirva de mucho que vean en la pantalla del ordenador cómo surgen miles y miles de números primos. Más adelante, en educación secundaria y universitaria, aprenden propiedades, teoremas, ...

Por supuesto que existe un software matemático utilísimo para complementar su aprendizaje, pero pienso que es importante que valoren su esfuerzo, no el de una máquina que resuelve todo en segundos.

Euler ha pasado a la historia como uno de los más geniales matemáticos que ha existido y existirán, dejemos que los matemáticos sigan escribiendo páginas de esta gran historia.

Pascual Peiró Codina  
Licenciado en Matemáticas  
[ppeirocodina@educaragon.org](mailto:ppeirocodina@educaragon.org)